平 成 ３ ０ 年 度
広島市教育センター

中学校数学科図形領域における
数学的に推論する力を養うための指導方法の工夫
―数学理解の過程に沿った「証明のしくみ学習シート」の活用を通して―

広島市立庚午中学校教諭　渡　邉　一　生

研究の要約
本研究は図形領域における数学的に推論する力を養うための指導方法の工夫について考察したものである。
数学的な推論には，帰納，類推，演繹があり，図形領域において三つの推論の力を養うためには，図形の性質を見いだし，既習事項を基に証明する一連の活動を，数学理解の過程に沿って行うことが有効であると文献研究から分かった。そこで，これらの一連の活動を，数学理解の過程に沿って生徒が学習を進められるよう「証明のしくみ学習シート」を作成し，授業を行った。
その結果，生徒は複数の図形を比べて共通する性質を見いだしたり，類似性に気付いたりすることで，帰納的，類推的に推論する力を高めることができた。また，結論から逆向きに考えたり，証明を振り返ったりすることで，演繹的に推論する力を高めることができた。これらのことから，数学理解の過程に沿った「証明のしくみ学習シート」は，数学的に推論する力を養うために有効であることが分かった。

キーワード：数学的に推論する力，数学理解の過程，証明のしくみ学習シート

Ⅰ　問題の所在

中央教育審議会『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』の中で，複雑で変化の激しい社会の中で生きていくために，主体的に判断し課題を解決するために必要な資質・能力を，子供たちに育成することが学校教育に求められている。また，数学科においては，このような資質・能力を育成するために，「『事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程』といった数学的に問題解決する過程が重要である。」[1)]と示されている。

『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学偏』（以下「解説」とする。）では，問題の解決について，「解決の見通しをもつとともに，その解決の正しいことを確かな根拠から論理的に考察する力が必要である。そのような力を養う際に，一方では，直観的，帰納的，類推的に推論する力を養うとともに，他方では演繹的に推論する力を養うことも重要」[2)]と示され，数学的に推論する力が求められている。また，第２学年図形領域においては，「具体的な図形を通して推論の過程等を視覚的に捉えやすいことなどから，この領域が，数学的な推論の必要性と意味を理解し，その適用場面を設定するのに適している。」[3)]と示され，第２学年から図形の性質などについて数学的な推論を用いて論理的に考察し表現する証明の学習が本格的に始まる。

所属校における平成 30 年度全国学力・学習状況調査の結果を見ると，「付加された条件の下で，新たな事柄を見いだし，説明することができることを問う設問」の平均正答率は，48.3%であった。このことから，与えられた条件から，具体的な事例を調べたり，処理したりして帰納的，類推的に推論し，新たな事柄を見いだすことや，見いだした事柄が常に成り立つことを演繹的に推論し確認することに課題があることが分かる。

これまでの自身の実践では，証明を数学的な表現で書かせることや基本的な図形の性質を憶えさせることに重点を置いた指導になっており，生徒自身に図形を調べさせたり，新たな図形の性質を見いださせたりする指導は行ってこなかった。また，図形の性質を証明する指導についても，演繹的な推論の進め方について理解させたり，証明を書く前に推論したことを整理させたりする指導についても十分に行ってこなかった。

Ⅱ　研究の目的

本研究では，図形領域における数学的に推論する力を養うための指導方法の工夫を図り，その有効性を探ることを目的とする。

Ⅲ　研究の方法

１　研究主題に関する基礎的研究
２　研究の構想・仮説及び検証の視点と方法
３　検証授業
４　検証授業の分析と考察

Ⅳ　研究の内容

１　研究主題に関する基礎的研究

⑴　数学的な推論

『小学校学習指導要領（平成２９年告示）解説算数編』及び「解説」では，数学的な推論を，帰納，類推，演繹とし，次のように定義している。

帰納	**（小）**	幾つかの事例から一般的な法則を見いだすこと
	（中）	特別な場合についての観察や操作，実験などの活動に基づいて，それらを含んだより一般的な結果を導き出す推論
類推	**（小）**	既知の似た事柄から新しい事柄を見いだすこと
	（中）	似たような条件のもとでは，似たような結果が成り立つであろうと考えて，新しい命題を予想する推論
演繹	**（小）**	既に正しいことが明らかになっている事柄を基にして，別の新しい事柄を説明していくこと
	（中）	前提となる命題から論理の規則に従って結論となる命題を導き出す推論

また，「解説」では，数学的な推論のそれぞれの役割について，「帰納や類推は，個々の具体的な図形を調べたり処理したりして，それに基づき図形の性質や関係を推測する際に大切な働きをする。しかし，その推測が常に成り立つことは演繹によって示される必要がある」[4] と示されている。

本研究ではこれらのことを基に，帰納的，類推的，演繹的に推論する力を，表１の基準で見取り，判断することとした。

表１　推論する力の判断基準

	A	B	C１	C２
帰納	幾つかの図形から，新しい性質を二つ以上見いだすことができる。	幾つかの図形から，新しい性質を一つ見いだすことができる。	幾つかの図形から，新しい性質を正しく見いだすことができない。	推論することができない。
類推	Ｂに加えて，推論の過程を簡潔・明瞭に表現することができる。	既知の似た事柄から，新しい性質を見いだすことができる。	既知の似た事柄から，新しい性質を正しく見いだすことができない。	推論することができない。
演繹	Ｂに加えて，推論の過程を簡潔・明瞭に表現することができる。	既に正しいことが明らかになっている事柄を基に，新しい性質を見いだすことができる。	既に正しいことが明らかになっている事柄を基に，新しい性質を正しく見いだすことができない。	推論することができない。

⑵　数学理解の過程

小山（2010）は，生徒の数学理解は三つの数学的思考の段階を経て深まると考えており，数学的思考は，直観的思考，反省的思考，分析的思考に分類することができると示している（図１）。また，三つの思考は，相互作用的な関係があり，それによって数学理解は深まると述べている。

直観的思考	生徒が具体物などの数学的対象を操作する直観的な活動における思考
⇕	
反省的思考	生徒が自らの活動や操作に注意を向け，その操作や操作の結果を意識化し，図や言葉によって表現することを目的とする思考
⇕	
分析的思考	生徒が表現したものをより洗練して数学的に表現したり，他の例で確かめたり，つながりを分析することによって，統合を図ることを目的とする思考

図１　数学理解の過程における三つの数学的思考

本研究では，図形の性質を証明する過程をそれぞれ直観的思考，反省的思考，分析的思考に位置付けて，一連の学習過程が相互作用するよう指導することで，数学理解を深めさせ，数学的に推論する力を養うこととする。

⑶　図形の性質を証明する過程

「解説」では，数学的に考える資質・能力を育成する上で，数学的活動を通して学習を展開することを重視しており，数学的活動における問題発見・解決の二つの過程が示されている（図２）。

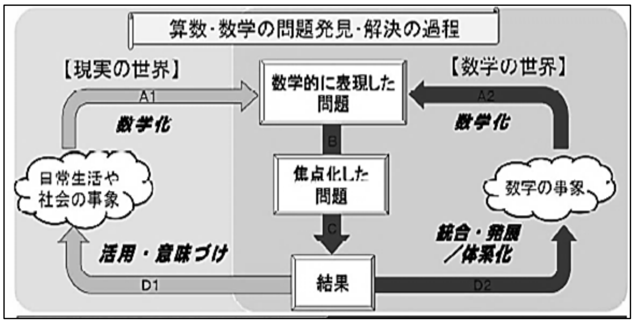

図２　数学の問題発見・解決の過程

一つは，図２の左側の過程で，「日常生活や社会の事象」を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程である。もう一つは，図２の右側の過程で，「数学の事象」から問題を見いだし，数学的な推論などによって問題を解決し，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程である。これらの活動を通して，帰納や類推，演繹などの数学的な推論が適切さを増すことで，数学の事象から問題を見いだし解決する活動は洗練されていく。

図２の右側の過程で示された「数学の事象」の数学化とは「数学的な見方・考え方を働かせ，数量や図形及びそれらの関係などに着目し，観察や操作，実験などの活動を通して，一般的に成り立ちそうな事柄を予想すること」[5] とされている。また，「数学の事象」の統合・発展については，学習過程を振り返ることによって新たな問題の発見を生徒に促し，得られた解決に関して，新しい知識を得る視点を明確にしつつ，さらなる活動

を促すこととされている。

図形の性質を論理的に考察する学習に当たっては，図形の性質を証明させるだけではなく，図形から性質を見いだす活動を生徒自身に行わせることや，図形の性質を振り返らせ，新たに長さの等しい辺や大きさの等しい角を見つけさせるとともに，論理的に証明を読む力を養う必要がある。また，証明の方法を理解させる学習については，証明の方針を立て，それに基づいて証明させることが大切であるとされている。

本研究では，２頁図１の「数学理解の過程」を基に図形の性質を証明する過程を「①仮定を基に作図をする」「②図形の性質を見いだす」「③命題を立てる」「④命題を証明するための方針を立てる」「⑤方針を基に証明する」「⑥証明を振り返り，統合的・発展的に考察する」とし，一連の活動を通して，数学的に推論する力を養うこととする。また，①，②の過程を通して，帰納的に推論する力と類推的に推論する力を主に養い，③，④，⑤，⑥の過程を通して演繹的に推論する力を主に養うこととする（表２）。

表２　数学理解の過程と図形の性質を証明する過程の関係

数学理解の過程	図形の性質を証明する過程	主に養う推論
直観的思考	①仮定を基に作図をする。	帰納 類推
	②図形の性質を見いだす。	
分析的思考	③命題を立てる。	演繹
	④命題を証明するための方針を立てる。	
	⑤方針を基に証明する。	
反省的思考	⑥証明を振り返り，統合的・発展的に考察する。	

⑷　演繹的な推論の進め方

数学教育研究会(2010)によると，演繹的な推論によって証明をつくりあげていく上で重要なことは，総合と解析の二種類の方法，とりわけ解析的思考を働かせていくこととしている。

総合的思考とは，仮定から出発し，推論の連鎖によって証明すべき結論まで到達させようとする思考である。解析的思考とは，結論を手掛かりとし，証明や問題解決の方法を見つけようとする思考である（図３）。これら二つの思考が相互に連携しあって推論が進むと考えられている。

総合的思考：Ａ（仮定）→Ｐ１→　…　→Ｐｎ→Ｂ（結論）
解析的思考：Ａ（仮定）←Ｐ１←　…　←Ｐｎ←Ｂ（結論）

図３　総合的思考と解析的思考

本研究では，特に，「④命題を証明するための方針を立てる」活動場面で総合的思考と解析的思考を取り入れ，演繹的な推論の進め方を理解できるようにする。

２　研究の構想・仮説及び検証の視点と方法

⑴　研究の構想

これまで述べてきた基礎的研究に基づき，研究の構想図を図４に示す。

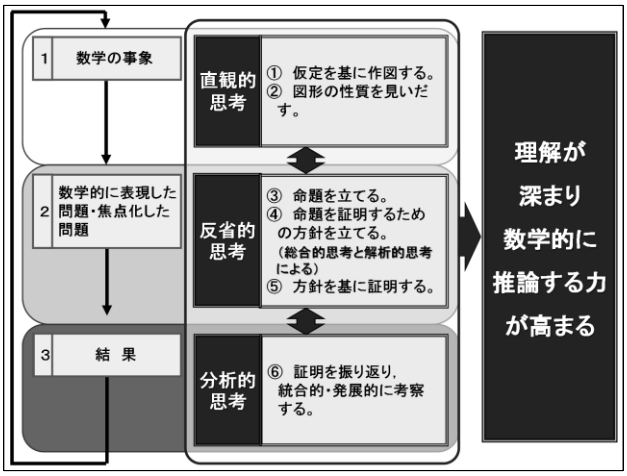

図４　研究構想図

数学理解の過程に沿って，生徒が図形の性質を証明する学習を進めることができるよう，「証明のしくみ学習シート」（４頁図５）を作成した。

なお，本シートは，直観的思考，反省的思考，分析的思考を相互作用させることができるよう，一連の過程を一枚にまとめている。

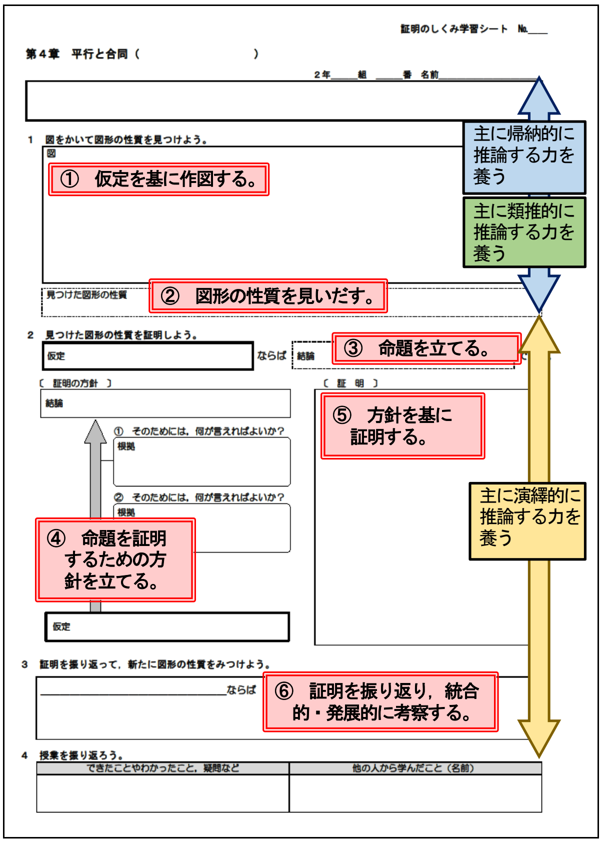

図５　「証明のしくみ学習シート」

①　仮定を基に作図する

仮定を基に作図させることで，仮定を正確に把握できるようにした（図６）。

②　図形の性質を見いだす

①で作図した複数の図形を，ペアやグループで比べさせることで，帰納的に推論し，二つの三角形が合同であることや，辺の長さ，角の大きさなど，図形の性質を見いだすことができるようにした（図６）。

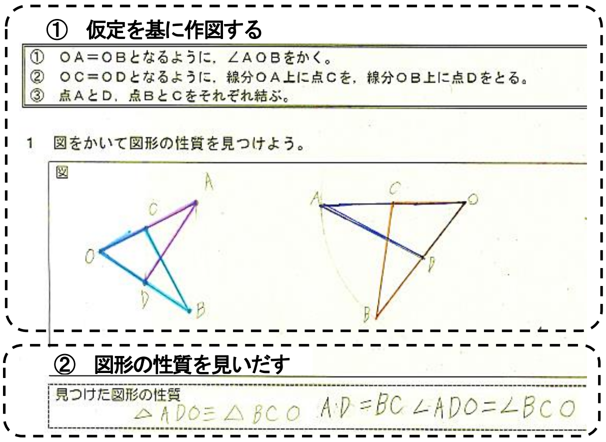

図６　記入例１

また，同じ仮定を基に作図しても，無数に図をかくことができるため，全ての図形について，その事柄が成り立つかどうかを調べつくすことはできないことを実感できるようにした。

③　命題を立てる

見いだした図形の性質を基に，命題を立てさせることで，仮定と結論を明確にできるようにした。

④　命題を証明するための方針を立てる

「証明の方針」を立てさせることで，命題が常に成り立つことを証明できるようにした（図７）。その際，結論を手掛かりに根拠を考えさせたり，仮定や仮定から導かれる事柄を明らかにさせたり，根拠が曖昧なところは，必要に応じて余白に追加させたりした。

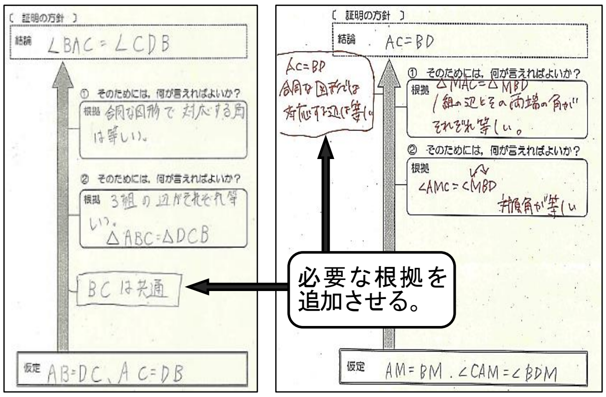

図７　記入例２

また，証明の根拠を明確にすることができるよう，既に学習した図形の性質を，「図形の性質シート」（図８）に整理させるとともに，活用させた。

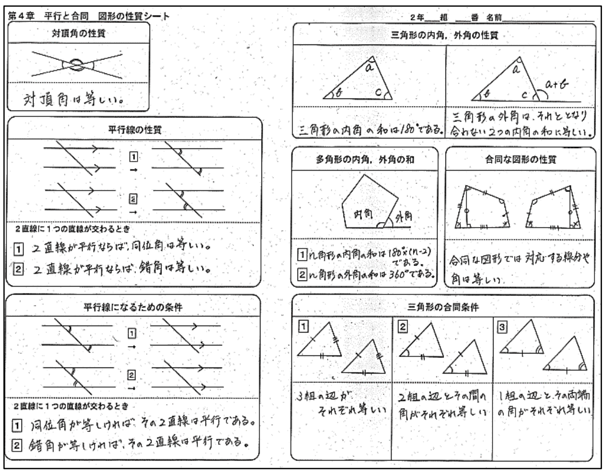

図８　「図形の性質シート」

さらに，証明の方針を，ペアやグループで説明し合うことで，推論したことを整理したり，根拠が適切かどうかを確かめたりすることができるようにした。

⑤　方針を基に証明する

証明の方針を振り返らせ，それを基に証明を書くことができるようにした。

⑥　証明を振り返り，統合的・発展的に考察する

証明を振り返り，証明に用いた前提や証明の根拠，結論を整理し，新たな性質を見いだすことができるようにした。

⑵　研究仮説

数学理解の過程に沿った「証明のしくみ学習シート」を活用することで，数学的に推論する力を養うことができるであろう。

⑶　検証の視点と方法

検証の視点と方法を表３に示す。

表３　検証の視点と方法

	検証の視点	検証の方法
1	数学的に推論する力（帰納的に推論する力，類推的に推論する力，演繹的に推論する力）が高まったか。	事前テスト，事後テスト，「証明のしくみ学習シート」
2	「証明のしくみ学習シート」は数学的に推論する力を養うことに有効であったか。	「証明のしくみ学習シート」，抽出生徒の発話記録

３　検証授業

⑴　検証授業の内容

ア　期　間　平成 30 年 10 月 22 日～12 月５日

イ　対　象　所属校　第２学年（41 人）

ウ　単元名　平行と合同

エ　目　標

観察，操作や実験などの活動を通して，基本的な平面図形の性質を見いだし，平行線の性質などを基にしてそれらを確かめることができる。

図形の合同について理解し，図形についての見方を深めるとともに，図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察し表現する能力を養うことができる。

⑵　単元の指導計画

単元を通して研究構想図（３頁図４）に示した数学理解の過程に沿って一連の活動ができるよう計画した(表４)。

表４　単元の指導計画

時間	学習活動	主に養う推論
1	多角形の内角の和の求め方を考える。	類推
2	多角形の外角の和の求め方を考える。	類推
3	対頂角，同位角，錯角の意味を理解し，対頂角は等しいことを証明する。	帰納 演繹
4	平行線の錯角の性質を証明する。	帰納 演繹
5	角の大きさを求めたり，直線の位置関係などを表したりする。	演繹
6	三角形の内角の和が 180°であることと，三角形の内角，外角の関係を証明する。	帰納 演繹
7	多角形の角についての性質を用いて，角の大きさを求める。	帰納 演繹
8	角の大きさの求め方を考える。	帰納 演繹
9	星形多角形の先端の角の和の求め方を考える。	類推 演繹
10	合同な図形の性質や合同な図形の表し方について理解する。	演繹
11	三角形の決定条件を基にして，三角形の合同条件を見いだす。	演繹
12	三角形の合同条件を用いて，二つの三角形が合同であることを証明する。	帰納 演繹
13	角の二等分線が作図できるわけを証明する。	帰納 演繹
14	合同な二つの三角形を見つけ出し，新たな図形の性質を証明する。	帰納 演繹
15	重なっている合同な二つの三角形を見つけ出し，新たな図形の性質を証明する。	帰納 演繹
16	証明を振り返り，より簡潔・明瞭なものとなるようにする。	演繹

４　検証授業の分析と考察

⑴　数学的に推論する力は高まったか

ア　帰納的に推論する力

帰納的に推論する力の変容については，第 12 時のワークシートと事後テストの記述内容を基に分析した。事後テストは，「証明のしくみ学習シート」と同様に，生徒が仮定を基に作図し，図形の性質を見いだし，それらを確かめるため証明の方針を立てて証明する設問である。

６頁表５は，第 12 時と事後テストの記述内容を２頁表１に基づき評価し，帰納的に推論する力が高まったかどうか見るために，クロス集計した

ものである。

表５　帰納的に推論する力のクロス集計

		事後テスト				
		A	B	C1	C2	計(人)
第12時	A	5	0	2	0	7
	B	5	0	3	0	8
	C1	10	1	12	1	24
	C2	0	0	1	1	2
	計(人)	20	1	18	2	41

この結果について，ｔ検定を行ったところ，統計的に有意な差が認められた（$p=0.0161$（$p<.05$））。表５で太枠の部分は，評価が上がった生徒である。これらのことから，帰納的に推論する力は高まったと考えられる。

一方で，15 人の生徒が第 12 時と事後テストでともにＣ評価であった。このうち，４人は図形の性質を見いだすことはできたが，その中に仮定が含まれていた。また， ７人は「対頂角が等しい」や「合同な図形では対応する辺の長さが等しい」など，既習の図形の性質を記述しており，新たな図形の性質を見いだすことはできなかった。

このことから，11 名の生徒は複数の図形の共通点に着目しており，帰納的に推論できていたと考えられる。しかしながら，仮定の意味や前提条件，表し方が理解できていなかったため，仮定や前提条件を見いだした図形の性質として記述したと考えられる。

イ　演繹的に推論する力

演繹的に推論する力の変容については，第 12 時のワークシートと事後テストの記述を基に分析した。表６は，第 12 時と事後テストの記述内容を２頁表１に基づき評価し，演繹的に推論する力が高まったかどうか見るために，クロス集計したものである。

表６　演繹的に推論する力のクロス集計

		事後テスト				
		A	B	C1	C2	計(人)
第12時	A	3	1	0	0	4
	B	4	1	1	0	6
	C1	8	8	11	1	28
	C2	0	2	0	1	3
	計(人)	15	12	12	2	41

この結果について，ｔ検定を行ったところ，統計的に有意な差が認められた（$p=0.0012$（$p<.05$））。表６で太枠の部分は，評価が上がった生徒である。このことから，演繹的に推論する力は高まったと考える。

一方で，13 人の生徒が第 12 時と事後テストでともにＣ評価であった。このうち，３人は二つの三角形が合同であることを証明するための根拠が不足していたり，誤った根拠を示したりしていた。また，３人は結論を証明の根拠として示していた。

このことから，６人の生徒については，根拠を基に考えており，演繹的に推論しようとしていたことがうかがえる。しかしながら，証明や結論の意味，結論と根拠のつながりが理解できていなかったため，根拠に誤りがあったと考えられる。

ウ　類推的に推論する力

類推的に推論する力の変容については，事前テストで行った「四角形の内角の和の求め方」について説明させる設問と，第２時のワークシート（図９）の記述内容を分析した。

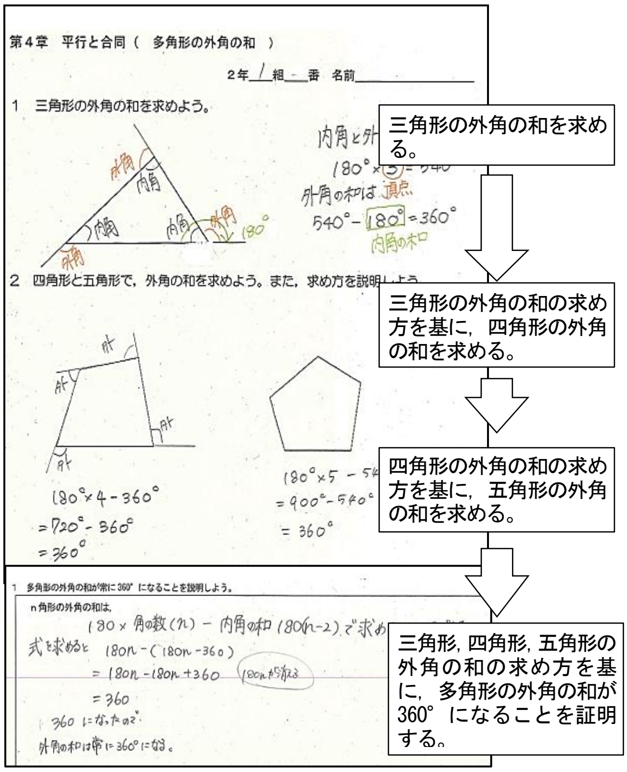

図9　第2時ワークシート

下の表7は，事前テストと第2時のワークシートの記述内容を2頁表1に基づき評価し，クロス集計したものである。

表7　類推的に推論する力のクロス集計表

		第2時				
		A	B	C1	C2	計(人)
事前テスト	A	3	0	0	0	3
	B	1	1	0	0	2
	C1	8	11	7	0	26
	C2	0	3	2	0	5
	計(人)	12	15	9	0	36

※第2時は5人欠席のため36人で検証を行った。

この結果について，ｔ検定を行ったところ，統計的に有意な差が見られた（ｐ＝0.000000051（ｐ＜.05））。表7で太枠の部分は，評価が上がった生徒である。これらのことから，類推的に推論する力は高まったと考える。

一方で，９人の生徒が事前テストと第２時でともにＣ評価であった。このうち，６人は四角形や五角形の外角の和は求めることができたが，ｎ角形の外角の和が 360° になることの証明に，180°×（頂点の数）－{180°×（頂点の数－２)} を適用することができなかった。

このことから，四角形や五角形などは，多角形であることに着目し，推論して外角の和を求めることができたが，ｎ角形については，多角形として捉えることができなかったことや，文字に対する抵抗があったと考えられる。

⑵　「証明のしくみ学習シート」は推論する力を養うために有効であったか

ア　振り返りによる分析と考察

㋐　帰納的に推論する力を養う手立てとして

帰納的に推論する力について，生徒の振り返りの記述では，資料１に示すような記述が見られた。

資料１　帰納的に推論する力に係る振り返りの記述

- <u>いろいろな多角形の規則に注目した</u>ら，多角形の（内角の和の）求め方も分かった。

この記述から，仮定を基に複数の図をかかせたり，グループで図を比べさせたりしたことで，図形の性質を見いださせたことは，帰納的に推論する力を養う手立てとして有効であったと考える。

一方で，帰納は事象の共通性に着目して一般的な結果を導き出す推論の方法であることを，活動と結び付けながら丁寧に説明し，理解させる指導が必要であったと考える。

㋑　演繹的に推論する力を養う手立てとして

演繹的に推論する力について，生徒の振り返りの記述では，資料２に示すような記述が見られた。

資料２　演繹的に推論する力に係る振り返りの記述

- <u>結論へ結び付けるための根拠を考え</u>，証明の方針を立てることができました。
- 証明の方針はいっきに立てるのではなく，<u>順序立てて考える</u>とすごく考え易かったです。
- <u>証明の方針を立てて，証明する</u>ことができた。（同様の記述他11名）
- <u>証明の方針を使って，証明する</u>ことができました。（同様の記述他３名）

これらの記述から，証明の方針を立てさせてから，それらを基に証明をさせたことや，結論を手掛かりに根拠を考えさせたことは，演繹的に推論する力を養う手立てとして有効であったと考える。

㋒　類推的に推論する力を養う手立てとして

類推的に推論する力について，生徒の振り返りの記述では，資料３に示すような記述が見られた。

資料３　類推的に推論する力に係る振り返りの記述

- <u>図がかけない図の外角の和の求め方</u>を知ることができた。

この記述から，三角形や四角形の内角や外角の和の求め方を基に，形をイメージすることが難しいｎ角形の内角や外角の和の求め方を考えさせたことは，類推的に推論する力を養う手立てとして有効であったと考える。

一方で，類似性に気付かせるよう言葉がけをしたり，類推は事象の類似性に着目して，新しい事柄を見いだす推論の方法であることを，活動と結びつけながら丁寧に説明し，理解させたりする指導が必要であったと考える。

イ　抽出生徒の分析と考察

事前テストにおいて，推論する力についてＣ評

価もしくはＢ評価だった生徒から３名の生徒を抽出し，それぞれを抽出生徒Ａ，Ｂ，Ｃとした。

⑺　帰納的に推論する力を養う手立てとして

表８は，第 12，14，15 時，事後テストにおける抽出生徒の帰納的に推論する力について，２頁表１に基づき評価し，推移を表したものである。このことについて，太枠の部分の様子を見取った。

表８　抽出生徒の帰納的に推論する力について

	第 12 時	第 14 時	第 15 時	事後テスト
生徒Ａ	C1	B	A	A
生徒Ｂ	C1	B	A	A
生徒Ｃ	B	C1	C1	B

生徒Ａは，第 12 時では仮定を基に作図することができず，その結果，図形の性質を見いだすこともできなかった。予想図をかかせてから作図をさせたところ，第 14 時以降では仮定を正しく把握して作図できるようになり，複数の図を比べて図形の性質も見いだせるようになった。

生徒Ｂは，第 12，14 時は作図することができなかった。第 14 時では，ペアで図を確認させた。その結果，班員の指摘（資料４）によって，作図をやり直したのち，他の生徒の図と比べたことで図形の性質を見いだすことができた。

資料４　第 14 時の生徒Ｂと班員Ｄの発話記録

Ｄ：（図を見比べ）∠Ａと∠Ｂが等しくない？
Ｂ：え？ちょっと待って。
（図を見比べて，自分のかいた図の∠Ｂの角度を測る）
45°だ。
（∠Ａの角度を測る）
あれ？
Ｄ：（Ｄがかいた図と自分がかいた図を見比べる）
これ（線のひき方が）ちがうよ。こうだよ。
Ｂ：（図を訂正したあと，もう一度∠Ａの角度を測る）
あ，45°になった。
あれ？これとこれは合同か！
（Ｄのかいた図と見比べて確認する）
Ｄ：そうだね。

生徒Ｃは，第 14，15 時で，仮定を見いだした性質として記述していた。そこで，仮定を確認する指導を行った。その結果，事後テストでは仮定と見いだした性質を区別することができた。

これらのことから，二つのことを考察した。

一つ目は，仮定を基に作図させることは，仮定を正確に把握させるために有効であった。また，仮定を正確に把握させることで，仮定と見いだした図形の性質を区別して考えることができるようになったと考えられる。

二つ目は，同じ仮定を基にかかれた形の異なる複数の図形を比べることで，共通点を見いだすことができたと考えられる。

⑷　演繹的に推論する力を養う手立てとして

表９は，第 12，13，14，15 時，事後テストにおける抽出生徒の帰納的に推論する力について，２頁表１に基づき評価し，推移を表したものである。このことについて，太枠の部分の様子を見取った。

表９　抽出生徒の演繹的に推論する力について

	第 12 時	第 13 時	第 14 時	第 15 時	事後テスト
生徒Ａ	C1	C1	C1	B	A
生徒Ｂ	C1	C1	C1	C1	B
生徒Ｃ	C2	C1	C1	C1	B

生徒Ａは，第 12，13 時では，グループ活動の中で三角形の合同条件を示すための根拠が足りないことに気付くことができた。第 14 時では，合同条件を示すことはできたが，根拠が曖昧で，筋道が通っておらず，証明の方針を立てることができなかった。第 15 時では，一度立てた証明の方針を見直し，筋が通るように修正したり，整理し直したりしたことで，筋道立てて証明することができるようになっており，演繹的な推論の進め方も理解できていた（資料５）。また，証明の方針を立てるときや，証明を振り返るときには，図や推論の進め方を確認しながら行っていた。しかし，証明したことを振り返って新たな性質を見いだすことはできなかった。

資料５　第 15 時の生徒Ａの振り返り記述

「これだからこれだ」という仮定から結論という証明する流れが分かったので，理解することが多くあった。

生徒Ｂは，第 12 時は推論しながら証明の方針を立てることができなかった。第 13 時以降は，自分で作図した図と「図形の性質カード」を見比べながら根拠を探ったり，前時までのワークシートを確認したりしながら，根拠を示せるようになった。しかし，筋道を立てて説明することができず，証明を書くこともできなかった。第 14 時に，

班員から証明の方針を立てるときに，結論を手掛かりに逆に考えを進める方法を説明してもらったことで，筋道立てて証明できるようになった。

生徒Cは，第 12，13 時で合同な二つの三角形を見いだすことはできたが，合同条件を示すことができなかった。第 14 時では，合同条件を示すことはできたが，筋道立てて証明することはできなかった。第 15 時はグループ活動の中で，演繹的な推論の進め方を教えてもらっており，このときの生徒Cと班員Eの発話記録を資料６に示す。また，事後テストでは，演繹的に推論し，そのことを表現できるようになった（資料７）。

資料６　第 15 時の生徒Cと班員Eの発話記録

C：(自身の推論を説明する)
E：わかるけどさぁ…ここところ（ADとBC）が等しいことを証明するから，合同だよってことを先に証明してやらんと，等しいことが言えんじゃん。
C：うん。
E：で，二組の辺が等しいってわかってるじゃん。あと（間の）角はどうなんってことだけど，同じだから等しい。
C：じゃあ（証明の方針の）ここところを入れかえればいいのかな？
E：そうそう，こっちが先。

資料７　生徒Cの記述内容の変容

合同条件を言うための根拠を，合同条件の後に示している

仮定と結論を理解できていない

第 15 時　生徒Cの記述	第 15 時　正答例
〔証　明〕 AD＝BCについて 仮定より２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので∠Cは共通であることがわかります 合同な図形では対応する線分が等しいので OA＝OB，OC＝ODになります よってAD＝BCは等しい ことがわかります	〔証　明〕 △OADと△OBCにおいて 仮定より OA＝OB　…　① OD＝OC　…　② ∠Oは共通　…　③ ①②③より ２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △OAD≡△OBC 合同な図形では対応する辺が等しいから AD＝BC

事後テスト

〔証　明〕
AC＝DBについて
仮定より
AO＝BO…①
CO＝DO…②
∠Oが対頂角…③
①，②，③より
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
合同な図形では対応する線分が等しいから
AC＝DB

これらのことから，四つのことを考察した。

一つ目は，証明を書く前に，証明の方針を立てさせたことで，演繹的に推論したことを整理できたと考えられる。根拠を示しているかということや，筋が通っているかということを確認することで，演繹的な推論の進め方を理解できたと考えられる。

二つ目は，証明の方針を立てるときに，結論を手掛かりに逆向きに考えを進めたことで，根拠を考えることができたと考えられる。また，根拠が曖昧なところを「図形の性質シート」を活用して確認したことで，根拠を明確にすることができたと考えられる。

三つ目は，証明の振り返りを丁寧に行うことで，根拠や結論と根拠のつながりを確認し，演繹的な推論の進め方を理解することができたと考えられる。

四つ目は，自身と他の生徒の証明を比べたことで，根拠が曖昧なところや，筋が通っていないことに気付き，根拠を示すことや演繹的な推論のすすめ方を理解することができたと考えられる。証明を読むときには，根拠が示されているかということや，筋道が通っているかということに着目させる指導が必要であると考えられる。

㈦　類推的に推論する力を養う手立てとして

表 10 は，事前テスト，第１，２時おける抽出生徒の帰納的に推論する力について，２頁表１に基づき評価し，推移を表したものである。このことについて，太枠の部分の様子を見取った。

表 10　抽出生徒の類推的に推論する力について

	事前テスト	第１時	第２時
生徒Ａ	C1	C1	欠席
生徒Ｂ	C1	C1	B
生徒Ｃ	C1	B	C1

生徒Aは，事前テストでは，三角形と四角形を関連付けて考えることができなかった。第１時では，五角形や六角形などの内角の和の求め方について，多角形であることから関連付けて内角の和の求め方を考えることができていた。n角形については，四角形や五角形と関連付けることができなかった。

生徒Bは，第１時では，四角形や五角形とｎ角形を関連付けて考えることができなかった。第２時では，三角形や四角形とｎ角形を関連付け，同じ多角形であると言う類似性に気付き，三角形や四角形の外角の和の求め方を基に類推的に推論することができた。

生徒Cは，第１時では，三角形と四角形をｎ角形と関連付けて考えることができていた。第２時では，三角形と四角形や五角形を関連付けることができた。しかし，ｎ角形と関連付けることができなかった。

これらのことから，二つのことを考察した。

一つ目は，三角形や四角形と，ｎ角形が同じ多角形であることに気付きにくいと考えられる。三角形や四角形の内角や外角の和を基に五角形などの内角や外角の和を求めさせるときに，どちらも多角形であり，同じ性質をもつことを確認してから，ｎ角形について考えさせるなどの工夫を行う必要があった。

二つ目は，類推的に推論する力については，見取ることが難しいため，見取り方を工夫する必要があると考える。例えば，多角形の内角や外角の和を求めるときに，求める方法を直観的に予想させ，予想した根拠を述べさせ，類似性に着目しているか見取るなどの方法が考えられる。

Ⅴ　研究のまとめ

１　成果

○　「証明のしくみ学習シート」を活用して学習することで，数学理解の過程に沿って活動を行い，数学的に推論する力を高めることができた。数学理解の過程に沿った「証明のしくみ学習シート」は，推論する力を養うために有効であった。

○　授業中の様子や発話記録から，図を確認しながら証明の方針を立てたり，証明を振り返ったりしていた。また，証明の方針を確認しながら証明したりする様子を見ることができた。一枚のシートにまとめて，生徒が必要に応じて振り返ることができるようにしたことは有効であった。

○　証明の方針を立てるときに，「図形の性質シート」を活用し，根拠を示している様子が見られた。根拠を正しく示すことができるようにするために，「図形の性質シート」に学習した図形の性質を整理し活用させることは有効であった。

２　課題と今後の展望

○　図形の性質を見いだし，既習の図形の性質を基に証明する，一連の活動を一つの過程として捉えることが大切である。学習でつまづいている生徒については，要因が一つ前の活動にある様子が見られたことから，それまでの活動を振り返らせ，次の活動の見通しを持たせる指導を徹底することや，一つ前の活動が十分に達成できているかを確認する必要があると考える。

○　検証授業の結果や生徒の様子から，特に，「①仮定を基に作図する」「②図形の性質を見いだす」「⑥証明を振り返り，統合的・発展的に考える」過程における指導については，次に示す改善を図ることが考えられる。

①の過程においては，仮定を正しく把握させるために，図を正確にかけるよう指導する必要があった。特に，図が正確かどうかをペアで確認させる際には，仮定で示された二つの辺の長さや角の大きさ，頂点や交点の記号が正しく示されているかなどに着目して確認させる指導が必要であると考えられる。

②の過程においては，帰納的に推論させるために，合同な二つの三角形や，辺の長さや角の大きさなど，図形の形や構成要素などに着目して比べることを確認することや，仮定と前提条件と結論を区別することを丁寧に指導する必要があると考えられる。

また，類推的に推論させるために，事象の類似性に着目させる指導が必要であると考えられる。

⑥の過程においては，本研究では証明を振り返り，そこから新たに図形の性質を見いだささせ

る指導を行ったが，つまずく生徒が多かった。証明を振り返らせる際には，証明の過程で用いた根拠や得られた結論及び，与えられた事象における，これら以外の事柄について整理させ，それらを手掛かりにして新たな図形の性質を見いだすために推論させる指導が必要であると考えられる。

引用文献

1） 中央教育審議会『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』平成 28 年　141 頁

2） 文部科学省　『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編』教育出版　平成 29 年　27 頁

3） 文部科学省　前掲書　112 頁

4） 文部科学省　前掲書　112 頁

5） 文部科学省　前掲書　24 頁

参考文献

① 国立教育政策研究所教育課程研究センター『平成 30 年度　全国学力・学習状況調査報告書』

② 文部科学省『小学校学習指導要領（平成２９年告示）解説　算数編』

③ 小山正孝『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』　聖文新社　2010 年

④ 数学教育研究会『数学教育の理論と実際』　聖文新社　2010 年